

На правах рукописи



МАГАДЕЕВ ЕВГЕНИЙ БОРИСОВИЧ

**СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ВИХРЕПОДОБНЫХ
НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ
ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ МАГНЕТИКОВ С НЕОДНОРОДНЫМ
МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

Специальность 1.3.8. Физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Уфа-2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»

Научный консультант: **Вахитов Роберт Миннисламович**,
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Белим Сергей Викторович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры «Физика» ФГАОУ ВО
«Омский государственный технический
университет», г. Омск

Соколовский Владимир Владимирович,
доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры физики конденсированного
состояния ФГБОУ ВО «Челябинский
государственный университет», г. Челябинск

Орлов Виталий Александрович,
доктор физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой экспериментальной
физики и инновационных технологий
ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный
университет», г. Красноярск

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Дагестанский федеральный
исследовательский центр Российской академии
наук, г. Махачкала

Защита диссертации состоится «24» декабря 2025 года в 14:00 часов на
заседании диссертационного совета 24.1.105.01 при Федеральном
государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем
сверхпластичности металлов Российской академии наук, по адресу: 450001,
г. Уфа, ул. Ст. Халтурина, 39.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте
ИПСМ РАН: <https://www.imsp.ru/node/466>

Автореферат разослан «__» _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.105.01
кандидат технических наук

Автokratова Е. В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Известно, что фундаментом для стремительного развития электронной вычислительной техники во второй половине XX и начале XXI века послужили преимущественно полупроводниковые технологии, лежащие в основе как логических, так и современных запоминающих устройств. И хотя изначально повышение эксплуатационных характеристик подобных устройств могло обуславливаться появлением новых научных знаний о полупроводниках, то в последние десятилетия уместно говорить, пожалуй, только о количественных, но не о качественных изменениях в обсуждаемой сфере. Данное обстоятельство, в частности, находит свое отражение в коррективах, которые вынужденно вносятся в закон Мура [1]: так еще в 1975 году сам Гордон Мур признал, что удвоение числа транзисторов, размещаемых на кристалле микропроцессора, происходит не за один год, как утверждалось ранее, а в течение двух лет [2]. Очевидно, что в долгосрочной перспективе подобный закон экспоненциального роста числа функциональных элементов (а вместе с тем и технических характеристик) вычислительных устройств не может иметь места в принципе. Таким образом, заметное снижение темпов развития полупроводниковой микроэлектроники является лишь вопросом времени. Вместе с тем требования к быстродействию и энергоэффективности компьютерной техники, а также объемам хранимых и обрабатываемых данных за последние годы испытали скачкообразный рост в связи с активным внедрением глубокого машинного обучения [3], а также технологии блокчейн [4]. Тем самым наличие определенного разрыва между возможностями вычислительной техники и предъявляемыми к ней требованиями отчетливо прослеживается уже сегодня, и нет сомнений, что в дальнейшем этот разрыв будет становиться все более существенным. Ясно, что решение описанной проблемы может быть найдено только в ревизии базовых принципов функционирования микроэлектроники, вследствие чего исследование

альтернативных подходов к созданию логических элементов и ячеек памяти является крайне **актуальной задачей**.

Помимо полупроводников, свое применение в вычислительной технике традиционно находили материалы, характеризующиеся наличием определенного магнитного порядка: ферромагнетики, антиферромагнетики, ферримагнетики и т.д. [5] Ярким примером такого применения являются постоянные запоминающие устройства (включая широко распространенные жесткие диски), работа которых основана на возможности образования в ферромагнитных пленках отдельных доменов [6]. При этом направление намагниченности в каждом домене кодирует ровно один бит информации, что накладывает довольно существенные ограничения на максимально достижимую плотность записи, так как ширина доменной границы (ДГ) между двумя соседними доменами представляет собой конечную величину, определяемую параметрами используемого материала [7]. Серьезной попыткой усовершенствования обсуждаемой технологии стала разработка концепции запоминающих устройств на основе цилиндрических магнитных доменов, предложенная А. Бобеком после обнаружения им неоднородностей указанного типа в пленках ортоферритов [8] (сама концепция детально изложена в [7]). Следует отметить, что впервые такие неоднородности были зафиксированы и исследованы в ортоферритах в работе [9], а также в гексаферритах в [10] задолго до А. Бобека, однако эти работы остались практически незамеченными. Напротив, идея А. Бобека была быстро подхвачена многими исследователями и технологами, и уже в 1975 году были выпущены первые коммерческие чипы на основе цилиндрических магнитных доменов емкостью 16 килобит. В дальнейшем производство подобных чипов шло по нарастающей: увеличивалась емкость чипов, совершенствовалась технология их производства и т.д. Тем не менее, этот процесс резко пошел на убыль в начале 90-ых годов прошлого века, что было обусловлено стремительно возросшей коммерческой привлекательностью

полупроводниковых чипов (существенно увеличилась емкость одного чипа и, соответственно, на несколько порядков удешевился один бит хранимой информации). В то же время фундаментальные исследования в области магнетизма не прекращались, а лишь усиливались, что способствовало открытию важных эффектов. В частности, обнаружение гигантского магнетосопротивления [11] привело к появлению крайне эффективных способов записи и считывания данных. Кроме того, велось интенсивное изучение доменной структуры в различных материалах, в том числе и вихреподобных неоднородностей [12] (к каковым, по сути, относятся и цилиндрические магнитные домены). В результате был выявлен целый класс структур такого типа, которые считаются исключительно перспективными именно с практической точки зрения. Наиболее изученными из них на данный момент являются скирмионы, однако не меньшее внимание привлекают и другие представители «зоопарка» [13] вихреподобных неоднородностей: бимероны, скирмиониумы, магнитные вихри и т.д. Объединяющей чертой перечисленных структур является их топологическая защищенность, под которой понимается невозможность разрушения магнитной неоднородности путем непрерывных трансформаций распределения намагниченности [13, 14]. Данный механизм обуславливает возможность физической реализации объектов, которые отвечают формальным решениям уравнений микромагнетизма и, вообще говоря, не обязательно соответствуют основному состоянию магнитной подсистемы рассматриваемого образца. Следствием этого обстоятельства являются и другие важнейшие свойства топологически защищенных структур, такие как их наноразмеры и высокая подвижность [15]. Тем не менее, несмотря на существенные успехи в отношении экспериментального наблюдения вихреподобных нанообъектов [16], на пути к их применению на практике остается еще целый ряд нерешенных задач. В частности, формирование относительно стабильных скирмионов оказывается возможным преимущественно в материалах, в которых наблюдается взаимодействие

Дзялошинского-Мория [17]. Являясь по своей сути малой поправкой к обменному взаимодействию, возникающей при определенных симметриях магнитного кристалла [18], данное взаимодействие оказывается значительным либо при температурах гораздо ниже комнатной, либо при условии особого наноструктурирования пленок [11, 18-20]. Еще большие затруднения возникают при попытке наблюдения скирмионных кристаллов [21], которые рассматриваются в качестве физической реализации записывающего устройства, представляющего собой массив отдельных ячеек памяти. В целом можно сказать, что вопросы устойчивости и управляемости на сегодняшний день остаются открытыми в отношении большинства ранее изученных типов вихреподобных неоднородностей. Это обуславливает огромную практическую значимость отыскания новых представителей «зоопарка», в случае которых указанные проблемы было бы возможно решить хотя бы отчасти.

В соответствии с изложенной выше проблемой в настоящей диссертационной работе предлагается новый тип вихреподобных структур, реализуемых в ферромагнитных пленках в отсутствие взаимодействия Дзялошинского-Мория, а также последовательно развивается теория стабилизации таких структур и управления ими. Условием формирования нанообъектов предлагаемого типа является, во-первых, отсутствие выхода вектора намагниченности из плоскости образца. Вследствие этого некруговые траектории вектора намагниченности [22, 23] оказываются недопустимыми, что накладывает дополнительные довольно жесткие ограничения на топологию реализуемых магнитных структур. Выполнение данного требования может быть обеспечено как за счет наличия сильной кристаллической анизотропии магнетика типа «легкая плоскость» [A7], так и за счет влияния анизотропии формы [22, A13] (обусловленной вкладом размагничивающих полей образца [24]). Магнетики, обладающие подобными свойствами (называемые в литературе планарными [25, 26] магнетиками), не

являются экзотическими и уже изучались ранее применительно к широкому ряду практических задач. Второе условие, однако, заключается в наличии в пленке искусственно созданных сквозных перфораций (антидотов [27]) или колумнарных дефектов [28, 29], в области которых легкоплоскостная анизотропия уже не проявляется. Эти особенности геометрии образца приводят к тому, что угол ориентации вектора намагниченности на плоскости перестает быть однозначной функцией пространственных координат благодаря возникновению монодромии: при обходе вокруг отверстия или дефекта пленки указанный угол может меняться на ненулевую величину, кратную 2π . Данное чисто математическое обстоятельство приводит к ряду важнейших физических следствий, среди которых – возможность образования уединенной магнитной неоднородности в окрестности пары близкорасположенных антидотов. Такая неоднородность является хорошо локализованной и, как показывает анализ ее статических и динамических свойств, может быть использована в качестве ячейки памяти, кодирующей одну цифру в системе счисления с основанием 3 (то есть один трит [A8] информации). Помимо очевидного преимущества описанного типа ячеек, которое проявляется в возможности их крайне плотного расположения на потенциальном носителе информации, перспектива хранения данных в троичной системе привлекательна сама по себе. Хорошо известно, что именно эта система является оптимальной с точки зрения теории информации [30], и создание вычислительных машин с троичным, а не бинарным внутренним представлением данных стало бы серьезным прорывом в развитии компьютерных технологий [31]. Следует отметить, что подобные попытки уже предпринимались ранее (в частности, в СССР в 1959 году был разработан компьютер «Сетунь» на основе троичной логики [32]), однако они не привели к успеху из-за различных затруднений инженерного характера. Таким образом, излагаемые в настоящей работе концепции, по большому счету, предлагают новый взгляд на решение давно сформулированных задач, решение которых не было найдено, вероятно, из-за

недостаточного уровня развития фундаментальных знаний и соответствующих технологий.

Хотя и запись в троичную ячейку изучаемого типа, и считывание ранее записанного в нее трита, как будет показано далее, могут осуществляться воздействием импульсов магнитного поля, данный подход представляется неоптимальным как с позиций энергоэффективности, так и с позиций гибкости управления топологией магнитной структуры. В этой связи в работе делается акцент на альтернативном способе взаимодействия с топологически защищенными объектами, основанном на создании и регистрации исключительно электрических полей. Данная возможность появляется в магнитоэлектрических материалах [33], которые характеризуются наличием тесной связи между двумя параметрами порядка, что позволяет управлять как сегнетоэлектрическими свойствами материала с помощью магнитных полей, так и намагниченностью среды посредством электрического поля [34]. Такой симбиоз подсистем приводит к появлению целого ряда интересных эффектов (линейного и квадратичного магнитоэлектрического [34-36], магнитодиелектрического [37], электромагнитооптического [38, 39] и многих других [34]), значительная часть которых уже нашла свое применение на практике. К ним также относится и флексомагнитоэлектрический эффект [40], который обычно рассматривается в контексте управления доменной структурой образца [34], однако может влиять и на процесс зарождения вихреподобных неоднородностей [41, 42]. Последнее обусловлено тем, что связанное с обсуждаемым эффектом неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие (НМЭВ) [43] на уровне феноменологического описания оказывается близким к взаимодействию Дзялошинского-Мория, способность которого стабилизировать скирмионы уже упоминалась выше. При этом НМЭВ обладает тем важным преимуществом, что его вклад в полную энергию системы зависит от величины приложенного к образцу электрического поля, а значит, соответствующие эффекты можно включать и

выключать по желанию, а также регулировать их интенсивность. По этим причинам в настоящем исследовании уделяется пристальное внимание именно легкоплоскостным ферромагнетикам с НМЭВ, которые, по всей видимости, являются оптимальным материалом для создания запоминающих устройств предлагаемого типа. Следует отметить, что вопрос существования таких материалов на сегодняшний день остается открытым, что не позволяет указать конкретный химический состав пленок, рекомендуемых к применению, а также выполнить количественные расчеты технических характеристик ячеек памяти на их основе. Тем не менее, НМЭВ неоднократно наблюдалось в ферритах-гранатах [44], кристаллохимические особенности которых позволяют изменять их свойства в нужном направлении путем изоморфного замещения ионов в редкоземельных и железных подрешетках [45]. Тем самым перспектива искусственного создания пленок с требуемыми параметрами является вполне вероятной.

Целью диссертационной работы является разработка теоретических основ функционирования троичной ячейки памяти, трит информации в которой кодируется состоянием вихреподобной неоднородности, локализованной в окрестности пары близкорасположенных перфораций пленки легкоплоскостного ферромагнетика. Данная цель была достигнута путем последовательного решения следующих **задач**:

- Выявление структуры и топологии уединенных магнитных неоднородностей, реализуемых в планарных магнетиках при наличии двух и более антидотов, искусственно созданных в пленке.
- Изучение вопросов устойчивости вихреподобных объектов заданной топологии в зависимости от геометрии и материальных параметров образца, а также установление возможных сценариев потери устойчивости такими объектами.
- Исследование влияния дополнительных факторов (тепловых флуктуаций, внешних магнитных и электрических полей,

размагничивающих полей) на неоднородные структуры изучаемого типа и оценка предельных величин этих факторов, при которых топологически защищенные объекты сохраняют свои свойства хотя бы на качественном уровне.

- Изучение механизмов изменения топологии вихреподобных структур под влиянием внешних воздействий и разработка подходов к управлению топологией структур на основе выявленных механизмов.
- Развитие теории флексомагнитоэлектрического эффекта в планарных магнетиках, включая классификацию стабильных и метастабильных состояний системы, находящейся под воздействием внешних электрических полей различной конфигурации, изучение особенностей взаимодействия одномерных и двухмерных структур с неоднородным электрическим полем, а также выявление специфических эффектов, наблюдаемых в материалах с анизотропным НМЭВ.
- Разработка методов записи и считывания данных, хранимых в троичной ячейке памяти, на основе создания внешних электрических полей и регистрации электрических полей, создаваемых самой ячейкой, соответственно.

Научная новизна диссертационной работы определяется тем, что в ней впервые были выполнены следующие теоретические исследования:

- Рассчитано распределение намагниченности в перфорированных пленках планарных магнетиков, отвечающее различным состояниям вихреподобных объектов, установлены характеризующие их топологические инварианты и вычислены значения энергии системы в зависимости от состояния, в котором она находится.
- Доказано, что неоднородные структуры предлагаемого типа могут наблюдаться в планарных ферромагнетиках при наличии в образце как сквозных перфораций (антидотов), так и дефектов той же геометрии, в области которых анизотропия материала является пониженной, а также

детально изучены особенности объектов, формирующихся в образце в каждом из указанных случаев.

- Выявлены количественные соотношения между геометрическими и материальными параметрами образца, при выполнении которых существование долгоживущих вихреподобных неоднородностей становится принципиально возможным.
- Разработаны методы вычисления размагничивающих полей, создаваемых неоднородными структурами при условии отсутствия выхода вектора намагниченности из плоскости образца, на основе чего изучены эффекты трансформации и стабилизации магнитных объектов, обусловленные влиянием этих полей.
- Рассмотрены различные аспекты взаимодействия вихреподобных объектов в легкоплоскостных магнетиках с внешним магнитным полем, вследствие чего, в частности, установлены подходы к управлению состоянием троичной ячейки памяти с помощью электрических токов.
- Выявлены условия зарождения уединенных магнитных неоднородностей в односвязных пленках планарных магнетиков под воздействием внешнего электрического поля.
- Изучены динамические свойства ДГ в планарных магнетиках в присутствии неоднородного электрического поля и установлены ключевые различия между случаем планарных магнетиков и общим случаем.
- Исследованы структура и устойчивость магнитных объектов различной топологии в легкоплоскостных ферромагнитных пленках с НМЭВ при наличии в них одной сквозной перфорации.
- Развита методика изучения магнитных структур, формирующихся в пленках планарных ферромагнетиков с изотропным НМЭВ, благодаря чему, в частности, доказана возможность эффективного управления топологией магнитной структуры (а значит, и состоянием троичной

ячейки памяти) в такой пленке с помощью внешнего электрического поля.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что полученные в ней результаты формируют теоретический фундамент для разработки запоминающих устройств, в которых цифровые данные представляются в троичной системе счисления. Проведенные исследования исчерпывающим образом охватывают различные аспекты записи информации в троичную ячейку памяти, энергонезависимого хранения такой информации, а также ее считывания. Вследствие наноразмеров вихреподобных объектов, используемых для кодирования данных в предлагаемых устройствах, достижимая в них плотность записи может значительно превзойти соответствующие характеристики аналогов, применяемых на сегодняшний день.

Методы исследований, применявшиеся в ходе решения поставленных задач, включали в себя аналитические и численные расчеты на основе феноменологического подхода к описанию магнитной структуры (континуальные модели), а также на основе модели Гейзенберга (дискретные модели). Стационарные состояния магнетика рассчитывались путем минимизации полной энергии магнетика (в случае континуальных моделей – посредством решения соответствующих уравнений Эйлера-Лагранжа). Изучение динамических свойств магнитных систем проводилось на основе уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта. Для численного моделирования магнитных структур с учетом влияния размагничивающих полей использовался пакет микромагнитного моделирования OOMMF [46].

Личный вклад автора в настоящее исследование являлся определяющим и заключался в выборе темы исследования, разработке основных концепций, выборе теоретических моделей, постановке задач и способов их решения, а также непосредственно в решении этих задач аналитическими и численными методами. Численные расчеты в пакете

микромагнитного моделирования OOMMF [46] были проведены Канбековым Р.Р. под руководством диссертанта, осуществлявшего постановку соответствующих задач и анализ полученных результатов. Все опубликованные работы написаны диссертантом лично.

Основные положения, выносимые на защиту:

- В области пары близкорасположенных перфораций пленки планарного ферромагнетика могут формироваться долгоживущие уединенные магнитные неоднородности различной топологии, причем существует три типа структур, характеризующихся наиболее низкими значениями энергии.
- Замена перфораций пленки на структурные дефекты той же геометрии, в области которых отсутствует легкоплоскостная анизотропия, практически не приводит к изменению распределения намагниченности вне области дефектов; тем самым можно говорить о двух альтернативных способах создания вихреподобных неоднородностей в пленках изучаемого типа.
- Вихреподобные объекты в перфорированных ферромагнитных пленках могут стабилизироваться как за счет кристаллической анизотропии типа «легкая плоскость», так и за счет анизотропии формы, причем условие устойчивости нетривиальных магнитных структур представляет собой ограничение на допустимый размер перфораций как снизу, так и сверху в зависимости от материальных параметров магнитной среды.
- Влияние размагничивающих полей в образце приводит к тому, что магнитные структуры различной топологии, наблюдаемые в окрестности пары близкорасположенных перфораций пленки, характеризуются различным типом выхода вектора намагниченности из плоскости образца: в одном из трех долгоживущих состояний

наблюдается структура типа «двулистника», а в двух других состояниях – структуры типа «четырёхлистника».

- Пропускание электрического тока через одно из отверстий пленки планарного магнетика может приводить к изменению топологии наблюдаемой в образце магнитной структуры; при этом механизм изменения топологии заключается в зарождении пары квазичастиц особого типа, характеризующихся противоположными топологическими зарядами, и их последующей конденсации на двух разных отверстиях.
- Флексомагнитоэлектрический эффект может проявляться различным образом в зависимости от знака действующих зарядов: в частности, минимальная абсолютная величина линейной плотности заряда проводника, под воздействием поля которого в пленке планарного магнетика с НМЭВ начинают формироваться магнитные неоднородности, может отличаться на порядок в зависимости от того, заряжен ли проводник положительно или отрицательно.
- В пленке планарного магнетика с НМЭВ движение ДГ под воздействием внешнего электрического поля возникает при условии наличия ненулевой второй производной напряженности поля по пространственным координатам (а не первой производной, как в случае материала без сильной легкоплоскостной анизотропии).
- Под воздействием поля заряженного проводника, проходящего насквозь через пленку легкоплоскостного магнетика, в образце может быть стабилизирована вихреподобная неоднородность с произвольным топологическим зарядом, величина которого определяется линейной плотностью заряда проводника.
- Влияние внешнего электрического поля на ферромагнитную пленку с изотропным НМЭВ приводит к появлению «сил» исключительно на границе образца, но не в его объеме, вследствие чего флексомагнитоэлектрический эффект носит характер краевого эффекта,

а трансформация распределения намагниченности в объеме образца под воздействием внешнего поля является следствием развития неоднородностей, зарождающихся у краев пленки (включая края перфораций).

- Для любой наперед заданной топологии магнитной структуры, реализуемой в перфорированной пленке планарного магнетика с изотропным НМЭВ, можно указать конфигурацию внешнего электрического поля, при которой основному состоянию системы отвечает магнитная структура именно с такой топологией.
- В пленках планарных магнетиков с изотропным НМЭВ вихри (как изолированные, так и локализованные на антидотах) проявляют себя как точечные заряды, величина которых определяется топологическим зарядом вихря; в частности, такой вихрь создает вокруг себя поле, эквивалентное полю размещенного в его центре точечного заряда.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечена использованием известных, апробированных и хорошо зарекомендовавших себя подходов. В частности, большинство аналитических расчетов было выполнено на основе феноменологического подхода, в рамках которого энергия магнитной подсистемы представляется в виде суммы вкладов от отдельных взаимодействий. Вид слагаемых, отвечающих рассмотренным взаимодействиям, почерпнут из общепризнанных литературных источников и неоднократно использовался ранее другими исследователями для получения теоретических результатов, находящихся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Для численных расчетов применялись известные вычислительные алгоритмы и апробированные модели (феноменологический подход, модель Гейзенберга). Кроме того, многие результаты были подтверждены и дополнены расчетами в пакете микромагнитного моделирования OOMMF [46] и программной оболочки

Ubermag [47], которые широко применяются в исследованиях, относящихся к микромагнитным тематикам.

Апробация результатов. Основные результаты исследования докладывались на следующих конференциях и научных школах: VIII Euro-Asian Symposium “Trends in Magnetism” EASTMAG (Казань, 2022), XIII и XIV Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании» (Уфа, 2022, 2023), Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» (Махачкала, 2023), IEEE International Magnetism Conference INTERMAG 2024 (Rio de Janeiro, 2024), V Международный научный семинар «Дни калорики в Башкортостане: функциональные материалы и их приложения» (Новоабзаково, 2024).

Диссертационная работа выполнена в рамках Государственного задания на выполнение научных исследований лабораториями (приказ MN-8/1356 от 20.09.2021), а также Государственного задания №075-03-2024-123/1 от 15.02.2024, тема № 324-21.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация по своим целям, задачам, методам исследования и научной новизне соответствует п. 2 «Теоретическое и экспериментальное исследование физических свойств упорядоченных и неупорядоченных неорганических и органических систем, включая классические и квантовые жидкости, стекла различной природы, дисперсные и квантовые системы, системы пониженной размерности» паспорта научной специальности 1.3.8. Физика конденсированного состояния (физико-математические науки).

Публикации. Основные результаты исследования отражены в 23 статьях в реферируемых научных журналах, список которых [A1-A23] представлен в конце работы.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 312 страниц текста, включающего 83 рисунка, 3 таблицы и 284 библиографические ссылки.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертационной работе обоснован выбор ее темы и актуальность проведенных исследований, сформулированы цели работы, перечислены задачи, которые были поставлены и решены, охарактеризована научная новизна работы и указаны основные положения, выносимые на защиту. Также во введении приведены сведения об апробации и публикациях по теме диссертации.

Первая глава является обзорной. В ней представлен краткий исторический экскурс по теме исследования топологически защищенных структур, наблюдаемых в магнитных материалах, и приведена классификация наиболее изученных видов таких структур. Далее в главе обсуждаются условия зарождения и уничтожения вихреподобных неоднородностей, а также вопросы их устойчивости в зависимости от материальных параметров магнитной среды и геометрических размеров образцов. Описаны существующие подходы к экспериментальному наблюдению вихреподобных структур и рассмотрены границы их применимости. Изложены перспективы технического применения топологически защищенных структур с упором на концепцию нейроморфных вычислений, развитие которой, по всей видимости, позволит существенно оптимизировать и ускорить работу систем искусственного интеллекта в целом и глубокого машинного обучения в частности. Кроме того, в первой главе представлен обзор литературы по теме магнитоэлектрических эффектов и материалов: изложена суть эффектов такого типа, перечислены механизмы и условия их возникновения, приведены феноменологические соображения, на основе которых данные эффекты могут быть описаны.

Все последующие главы содержат результаты оригинальных исследований автора по теме диссертации. **Вторая глава** посвящена изучению структуры магнитных неоднородностей, формирующихся в ферромагнитных пленках с топологическими особенностями при условии наличия сильной одноосной анизотропии материала типа «легкая плоскость». Смысл этого условия заключается в том, что при достаточно больших значениях абсолютной величины константы анизотропии K (следует подчеркнуть, что при выбранных в работе обозначениях значения $K > 0$ отвечают именно легкоплоскостной анизотропии) вектор намагниченности $\mathbf{M}$ не может выходить из плоскости магнитной пленки. Это накладывает существенные ограничения на реализуемые траектории вектора $\mathbf{M}$, что, в свою очередь, обуславливает возможность формирования топологически защищенных структур, которые в общем случае были бы неустойчивыми.

На рисунке 1 показана схема ферромагнитной пленки с двумя цилиндрическими отверстиями. Если вектор $\mathbf{M}$ (а вместе с ним и единичный вектор намагниченности $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$, где M_s – намагниченность насыщения) не может выйти из плоскости пленки, то при обходе вокруг границы любого из отверстий этот вектор должен совершить целое число k полных оборотов, которое тем самым является топологическим инвариантом наблюдаемой магнитной структуры. При этом значение угла θ , определяющего ориентацию

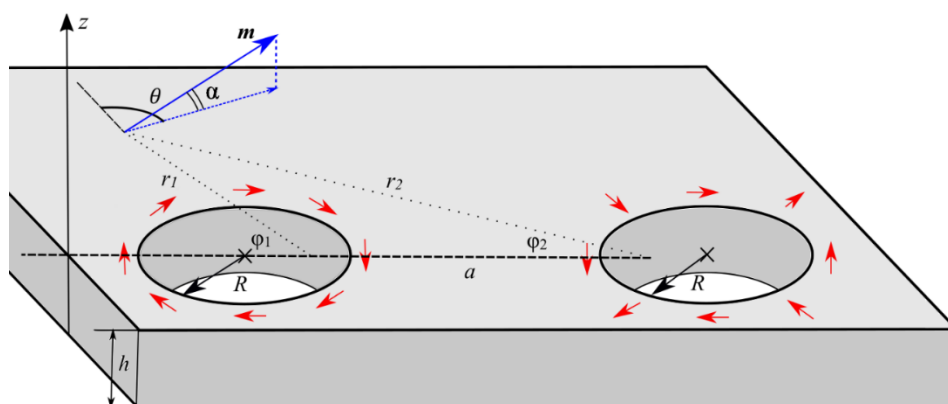


Рисунок 1 – Типичная геометрия системы

вектора $\mathbf{M}$ на плоскости, меняется на величину $2\pi k$. Совокупность инвариантов k для каждого из отверстий пленки полностью задает топологию распределения намагниченности в образце.

Изучение физически реализуемых магнитных структур основано на минимизации функционала, отвечающего полной энергии магнитной системы, который представляется в следующем виде [A12] (в данном случае вклад размагничивающих полей не учитывается, однако его влияние детально изучено в третьей главе):

$$W = \int [A(\nabla\alpha^2 + \cos^2\alpha \nabla\theta^2) + K \sin^2\alpha] h dS, \quad (1)$$

где A – обменный параметр, α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности из плоскости пленки (см. рисунок 1), h – толщина образца, а интегрирование ведется по всей его плоскости, за исключением областей, занимаемых отверстиями. В предельном случае $K \rightarrow \infty$ из (1) следует, что $\alpha \equiv 0$, и вид самой формулы (1) существенно упрощается. При этом уравнения Эйлера-Лагранжа, выражающие условие минимума функционала, сводятся к уравнению Лапласа $\Delta\theta = 0$, которое должно быть дополнено граничным условием, заключающимся в отсутствии нормальной составляющей $\text{grad } \theta$ на границах отверстий. В простейшем случае, когда радиусы отверстий R_i являются малыми в сравнении с расстояниями между центрами отверстий r_{ij} (индексы i и j нумеруют отверстия), решение может быть получено в явном виде:

$$\theta = k_1\varphi_1 + \dots + k_N\varphi_N + \text{const.} \quad (2)$$

Здесь φ_i – углы полярных систем координат, связанных с каждым из отверстий (в случае значительных радиусов R_i отверстий – необязательно с их центрами; см. рисунок 1). Для того, чтобы соотношение (2) описывало уединенную неоднородность, обладающую конечным значением энергии (1), необходимо, чтобы выполнялось следующее условие:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \dots = 0. \quad (3)$$

При этом энергия системы оказывается равна

$$W = -4\pi Ah \sum_{i<j} k_i k_j \ln(r_{ij}/\sqrt{R_i R_j}). \quad (4)$$

В случае системы с двумя одинаковыми отверстиями, показанной на рисунке 1, имеем $R_1 = R_2 = R$, $r_{12} = a$, и соотношения (2)-(4) упрощаются. В частности, из (3) следует, что реализуемая магнитная структура будет характеризоваться единственным целым числом k , так что $k_1 = k$, $k_2 = -k$. При этом из формулы (4) ясно, что энергия системы $W \sim k^2$. Следовательно, практический интерес могут представлять только неоднородности, отвечающие $k = 0, \pm 1$, характеризующиеся сравнительно небольшими

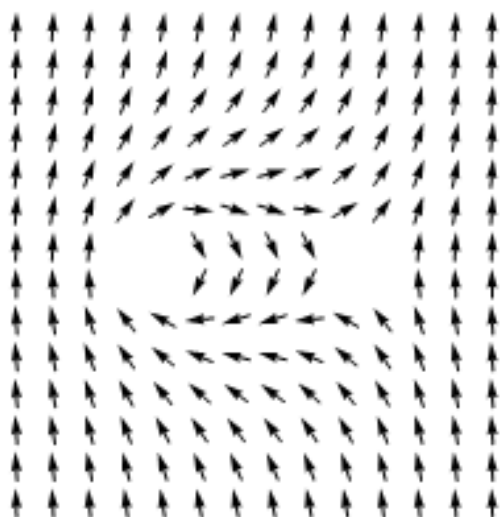


Рисунок 2 – Уединенная неоднородность, локализованная на двух отверстиях

значениями энергии. При $k = 0$ распределение намагниченности является однородным. Значения же $k = \pm 1$ отвечают двум неоднородным состояниям, одно из которых показано на рисунке 2, а второе получается из него зеркальным отражением.

Согласно расчетам, произведенным на основе модели Гейзенберга, указанные три состояния системы действительно являются топологически

защищенными в том смысле, что разрушение любого из них связано с преодолением заметного энергетического барьера. Следовательно, каждое из трех состояний может являться долгоживущим, а значения $k = 0, \pm 1$ могут быть использованы для кодирования одной цифры в троичной системе счисления.

Формирование неоднородностей типа (2) возможно не только в пленках со сквозными отверстиями, но также и в образцах, которые содержат дефекты, характеризующиеся пониженной анизотропией. В пределе, когда $K = 0$ в области дефектов и $K \rightarrow \infty$ в остальном объеме образца, имеет место следующая теорема: если в пленке, содержащей отверстия произвольных размеров и форм, заменить все отверстия на «идеальные» дефекты той же геометрии, то распределение намагниченности вне области дефектов останется неизменным. При этом внутри дефекта зависимость угла θ от пространственных координат будет по-прежнему описываться решением уравнения $\Delta\theta = 0$, продолженным в область дефекта, а угол α будет определяться из соотношения

$$\alpha = f(e^{\psi - \psi_0}), \quad f(z) = \arccos \frac{2z}{z^2 + 1}, \quad (5)$$

где функция ψ удовлетворяет условию $\nabla\psi = [\mathbf{e}_z \times \nabla\theta]$, а ψ_0 представляет собой постоянное значение величины ψ на границе дефекта. Примечательно, что дополнительный вклад дефекта в энергию системы оказывается независим от его формы и размеров; он равен $4\pi A_i h|k|$, где A_i – значение обменного параметра внутри дефекта. Особенности распределения нормальной компоненты m_z вектора намагниченности в зависимости от расстояния между отверстиями, полученные с использованием формулы (5), показаны на рисунке 3. В случае систем, в которых роль топологических особенностей образца играют исключительно отверстия, но не дефекты, исследование функционала (1) позволяет выявить диапазон конечных значений абсолютной величины константы анизотропии K , при которых нетривиальные структуры с $k \neq 0$ остаются устойчивыми. Это имеет место при $K < K_{\min}$, где значения $K_{\min}$ имеют порядок величины $A(k/R)^2$, а значения поправочного коэффициента перед этой величиной определяются геометрией образца (то есть, по сути, отношением a/R в случае системы, показанной на рисунке 1).

Для расчета конкретных значений $K_{\min}$ в пленках различной геометрии было разработано три подхода: аналитический, численный и эмпирический. В основе аналитического подхода лежит анализ поведения функционала (1) в окрестности экстремума, отвечающего неоднородности заданной топологии. При этом оказывается, что $K_{\min} = -A\lambda_{\min}$, где $\lambda_{\min}$ – наименьшее из собственных значений λ следующей краевой задачи:

$$-\Delta\alpha - \nabla\theta^2\alpha = \lambda\alpha, \quad \left. \frac{\partial\alpha}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0. \quad (6)$$

Несмотря на то, что с математической точки зрения соотношения (6) вполне достаточно для отыскания $K_{\min}$ в случае произвольной системы, на практике его применение зачастую оказывается затруднительным. Это обуславливает

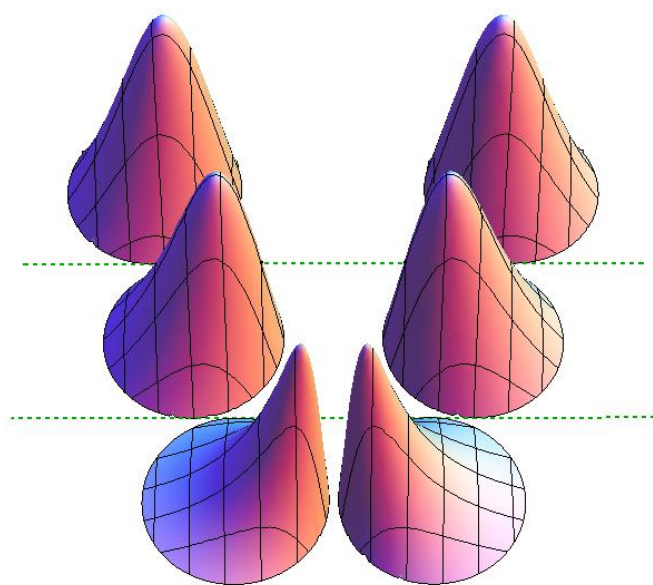


Рисунок 3 – Пространственное распределение компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, для трех пар одинаковых цилиндрических дефектов, отличающихся расстоянием между дефектами в паре

необходимость использования численного подхода, который основан на решении аналогичной задачи на отыскание собственных значений, однако представленной в матричном виде и полученной в рамках модели Гейзенберга. Еще более универсальным подходом является эмпирический, суть которого заключается в численном моделировании равновесного состояния системы путем оптимизации ее энергии, начиная из состояния, которое отличается от изучаемой магнитной структуры

наличием случайно распределенного возмущения распределения намагниченности. При этом удастся доказать, что в случае устойчивой магнитной структуры численная оптимизация компенсирует имеющееся возмущение, а в случае неустойчивой – усиливает его, что приводит к полному разрушению начального состояния.

Значения $K_{\min}$ для пленки с двумя отверстиями, полученные с использованием численного и эмпирического подходов, показаны на рисунке 4.

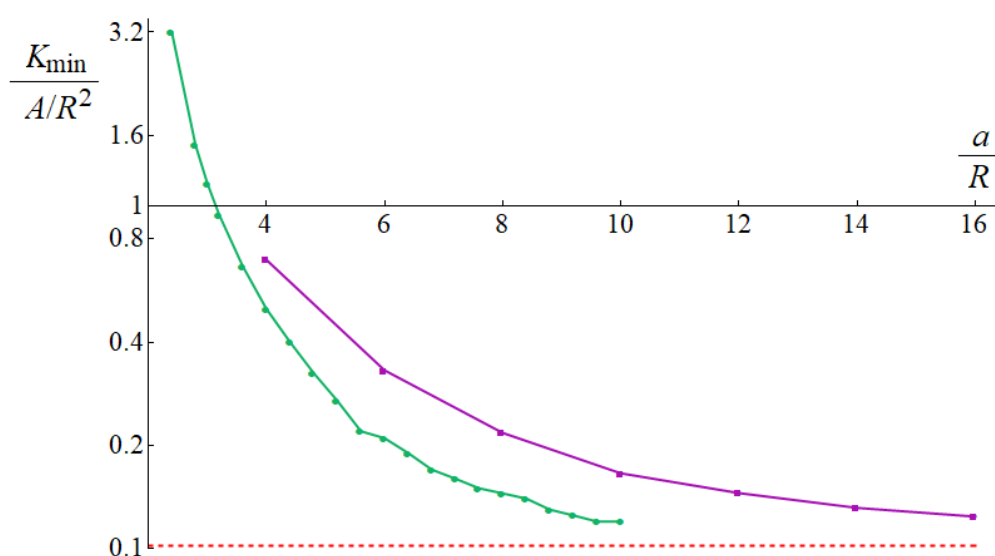


Рисунок 4 – Зависимость минимально допустимой величины константы анизотропии $K_{\min}$ от расстояния a между центрами антидотов. Зеленой линией показаны результаты, полученные с помощью эмпирического подхода, лиловой – с помощью численного

В третьей главе диссертационной работы исследуется влияние размагничивающих полей на структуру и свойства вихреподобных неоднородностей изучаемого типа. В частности, посредством аналитических оценок, а также численных расчетов показано, что влияние размагничивающих полей приводит, как правило, не к разрушению неоднородных структур, формирующихся в окрестности двух и более

близкорасположенных перфораций, а лишь к определенным трансформациям распределения намагниченности. Особенности этих трансформаций удастся явно описать в рамках теории возмущений, если выполнено условие $a \ll \sqrt{A/(2\pi M_s^2)}$, выражающее малость вклада W_s размагничивающих полей в полную энергию магнетика. При этом для самого вклада в случае магнитной пленки значительной толщины имеем $W_s \sim \pi^2 M_s^2 a^2 h$.

Другой важный аспект влияния размагничивающих полей следует из того факта, что в тонких пленках оно приводит к появлению анизотропии формы, из-за которой эффективная величина константы легкоплоскостной анизотропии увеличивается: $K_{eff} = K + 2\pi M_s^2$. Этот эффект должен положительно сказываться на стабильности вихреподобных структур, ослабляя требования к минимально допустимой величине константы кристаллической анизотропии K . Более того, приближенное условие $K_{eff} > K_{min}$, очевидно, может быть выполнено даже в таких материалах, в которых кристаллическая анизотропия практически отсутствует – например, в пермаллоях. Действительно, расчеты показали, что в пленке пермаллоя $Ni_{0.80}Fe_{0.20}$ вихреподобная неоднородность с $k = \pm 1$ вполне может быть устойчивой, если радиус отверстий, на которых локализуется неоднородность, лежит в определенном диапазоне значений. Для наиболее типичных геометрических пропорций образца это диапазон R от 7 до 29 нм. В общем случае неоднородные структуры оказываются стабильными, если параметры пленки попадают в область «А» (ограничена синими линиями) диаграммы на рисунке 5, где введено обозначение $\beta = 2\pi M_s^2 R^2 / A$.

Из диаграммы видно, что в пленке пермаллоя возможны два различных сценария потери устойчивости вихреподобной неоднородностью. Первый сценарий реализуется при переходе (например, вследствие изменения температуры) из области «А» в область «Б», в результате чего распределение намагниченности становится близким к однородному. Этот процесс аналогичен тому, который наблюдается в пленках с чисто кристаллической

анизотропией, на что указывает, в частности, близость соответствующих критических значений $K_{\text{eff}}R^2/A$ (красные точки на рисунке 5 повторяют зеленые точки на рисунке 4 и приведены для сравнения). Второй сценарий имеет место при переходе из области «А» в области «В». Этот переход связан с чрезмерным усилением влияния планарных компонент размагничивающих полей, вследствие чего магнитный поток в пленке стремится замкнуться, и в ней формируется единый вихрь. В области «В1» это реализуется за счет того, что измененная топология неоднородности начинает характеризоваться значениями $k_1 = 1$, $k_2 = 0$; при этом суммарное значение $k_1 + k_2 = 1$ как раз отражает формирование единого вихря. В области «В2», однако, сама неоднородность сохраняет свою топологию, но в ее окрестности возникает изолированный вихрь, который и влияет на топологию системы в целом.

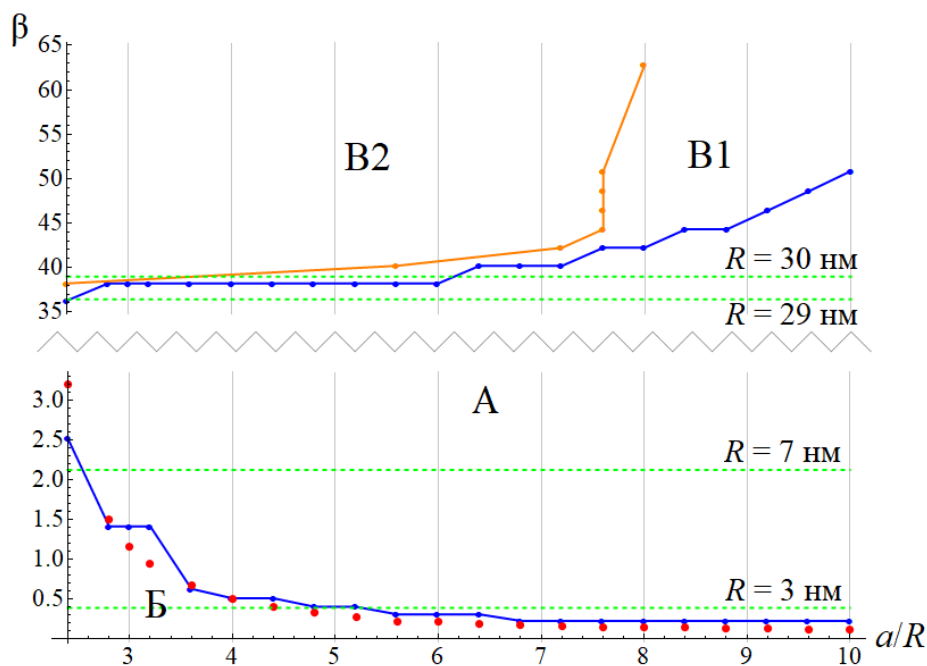


Рисунок 5 – Диаграмма устойчивости вихреподобной неоднородности в пленке пермаллоя. Зеленые штриховые линии показывают положение на диаграмме пленок пермаллоя $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$ с перфорациями различного радиуса R

В тех случаях, когда определяющий вклад в одноосную анизотропию магнетика дает сильная кристаллическая анизотропия, влияние размагничивающих полей может выражаться в появлении малых, но ненулевых компонент единичного вектора намагниченности $\mathbf{m}$ в направлении нормали к поверхности пленки. Это связано с тем, что в пленке конечной толщины даже планарные компоненты намагниченности могут приводить к появлению нормальных компонент напряженности $\mathbf{H}_m$ размагничивающих полей. Данный эффект можно учесть следующим образом. Введем потенциал ψ этих полей согласно $\mathbf{H}_m = -4\pi M_s \nabla \psi$. Пусть в неограниченной пленке ($h \rightarrow \infty$) при заданном распределении $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ (здесь $\mathbf{r}$ – двумерный радиус-вектор на плоскости образца) распределение потенциала известно: $\psi(\mathbf{r}, z) \equiv \psi_0(\mathbf{r})$. Тогда в пленке конечной толщины h оно будет определяться формулой

$$\psi = \left(1 - \frac{1}{2} \hat{L}_{\frac{h}{2}-z} - \frac{1}{2} \hat{L}_{\frac{h}{2}+z}\right) \psi_0, \quad (7)$$

где линейный оператор $\hat{L}_w$ представляет собой свертку следующего вида:

$$\hat{L}_w \psi_0 = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, w) \psi_0(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1, \quad G(\mathbf{r}, w) = \frac{w}{2\pi} \frac{1}{(w^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (8)$$

Таким образом, соотношения (7) и (8) позволяют свести трехмерную задачу к двумерной, решение которой зачастую не составляет труда.

Применение описанного выше математического аппарата позволяет показать, что распределение нормальной компоненты вектора $\mathbf{m}$ в области пары близкорасположенных перфораций в пленке оказывается качественно различным в зависимости от того, локализована в их окрестности вихреподобная неоднородность ($k = \pm 1$) или нет ($k = 0$). В отсутствие вихреподобной неоднородности распределение m_z имеет форму «двулистника», а при ее наличии – «четырёхлистника» (см. рисунок 6). Примечательно, однако, что в обоих случаях вклад размагничивающих полей в полную энергию магнетика оказывается примерно одинаковым.

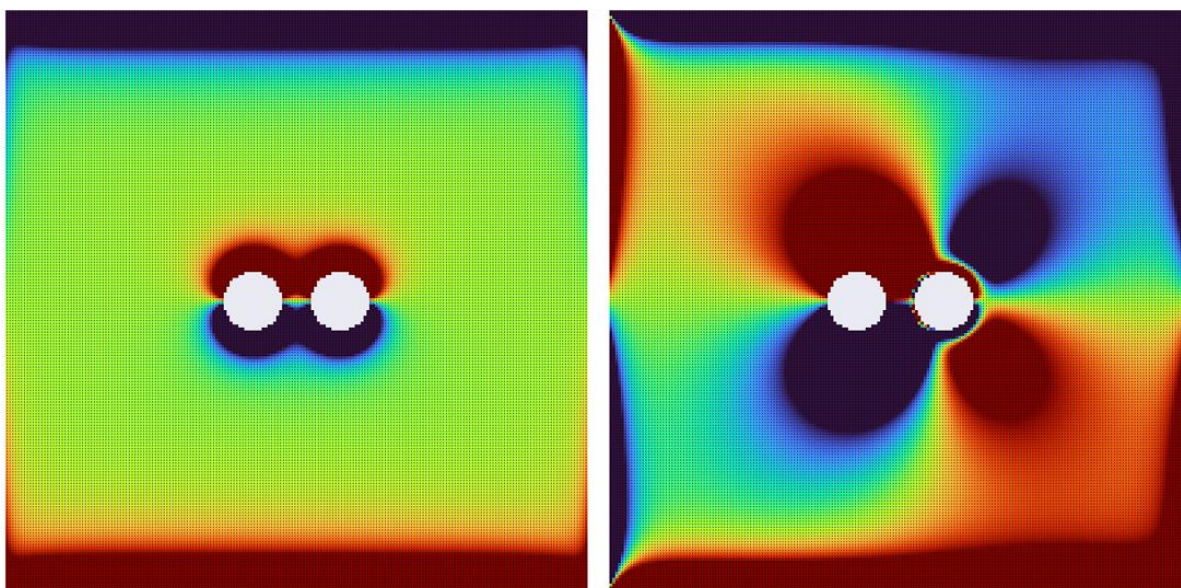


Рисунок 6 – Распределение нормальной компоненты вектора намагниченности в отсутствие вихреподобной неоднородности (слева) и при ее наличии (справа)

Четвертая глава посвящена статическим и динамическим эффектам, которые наблюдаются при воздействии внешнего магнитного поля на перфорированную пленку легкоплоскостного ферромагнетика. В частности, показано, что вихреподобные структуры, описываемые соотношением типа (2), могут как разрушаться под действием полей $\mathbf{H}$, превышающих критическую величину H_c (при этом предполагается, что вектор $\mathbf{H}$ направлен по нормали к поверхности пленки), так и трансформироваться при $H < H_c$. Особенности таких трансформаций могут быть детально изучены в рамках теории возмущений, если $H \ll H_c$. При больших значениях H необходимо привлекать численное моделирование, благодаря которому удастся в том числе выявить зависимость величины H_c от геометрических и материальных параметров образца. Расчеты показывают, что в наиболее типичных случаях $H_c \sim 0.01$ Тл, что значительно превышает магнитное поле Земли, однако сопоставимо с полем бытовых постоянных магнитов. Следовательно, создание запоминающих устройств на основе рассматриваемых

топологически защищенных объектов сопряжено с необходимостью защиты магнитной пленки от воздействия паразитных полей.

Другой важной задачей, связанной с практической реализацией троичной ячейки памяти, является разработка технологии записи трита в такую ячейку, то есть переключение ее магнитной структуры в состояние, показанное на рисунке 2. Теоретически этого можно добиться, пропустив электрический ток через одну из двух близкорасположенных перфораций в пленке. Очевидно, что создаваемое этим током магнитное поле вызовет «закручивание» спинов вокруг перфорации, из-за чего можно ожидать, что при обходе вокруг ее границы вектор $\mathbf{m}$ будет совершать $k_1 = 1$ оборот. В то же время наличие обменного взаимодействия приведет к спонтанному «закручиванию» спинов также и вокруг второй перфорации, однако в противоположном направлении, так, чтобы в итоге выполнялось соотношение (3); таким образом, $k_2 = -1$. Описанное поведение действительно удастся наблюдать при моделировании соответствующих процессов, однако далеко не при всякой силе тока, пропускаемого через проводник: если сила тока слишком мала, то обменное взаимодействие препятствует «закручиванию» спинов, и распределение намагниченности остается близким к однородному ($k_1 = k_2 = 0$); если же она слишком велика, то относительная слабость обменного взаимодействия приводит к формированию единого вихря в образце ($k_1 = 1, k_2 = 0$).

Несложно заметить, что указанные процессы перестроения магнитной структуры под действием электрического тока связаны с изменением ее топологии. Механизм такого изменения удастся проследить как на основе континуальной модели магнетика, так и более детально – на основе модели Гейзенберга. Указанный механизм заключается в испускании отверстием, через которое пущен проводник, своеобразной квазичастицы (см. рисунок 7), которая, удаляясь от проводника, может в итоге достичь второго отверстия и локализоваться на нем, что и приводит к образованию

уединенной неоднородности, показанной на рисунке 2. Тем не менее, при импульсном характере включения тока продолжительности импульса τ может не хватить для достижения квазичастицей второго отверстия. Это обстоятельство ограничивает скорость записи данных в троичные ячейки, однако ясно, что минимально допустимое значение τ может быть уменьшено за счет увеличения силы тока, пропускаемого через проводник.

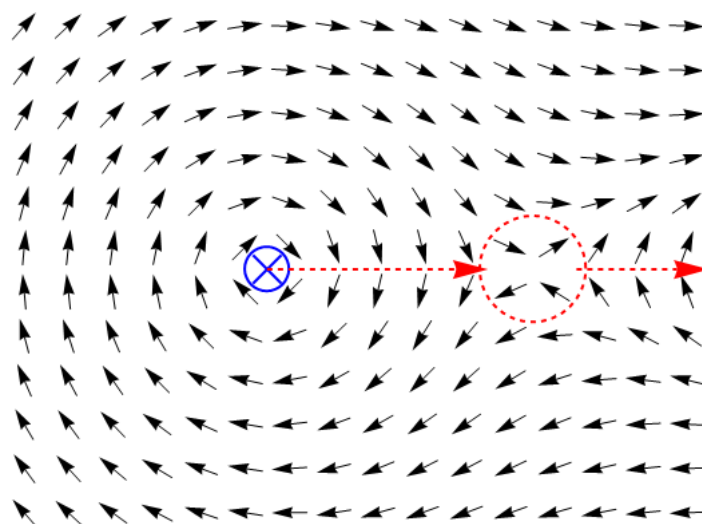


Рисунок 7 – Процесс перемагничивания, сопровождающийся испусканием квазичастицы (обведена штриховой линией)

На идее воздействия на магнитную структуру импульсом магнитного поля может быть основана не только концепция записи данных в троичную ячейку, но также и считывания данных из нее. Этого можно добиться, направляя поле $\mathbf{H}$ в плоскости пленки перпендикулярно отрезку, соединяющему центры перфораций, и регистрируя отклик системы на импульс с помощью проводящей рамки, расположенной вблизи зазора между перфорациями. Характерная зависимость регистрируемой ЭДС ε от времени t показана на рисунке 8 для двух различных значений отношения a/R и трех длительностей импульса τ . Если условно принять, что приведенные зависимости $\varepsilon(t)$ отвечают состоянию системы с $k = 1$, то состоянию с $k = -1$

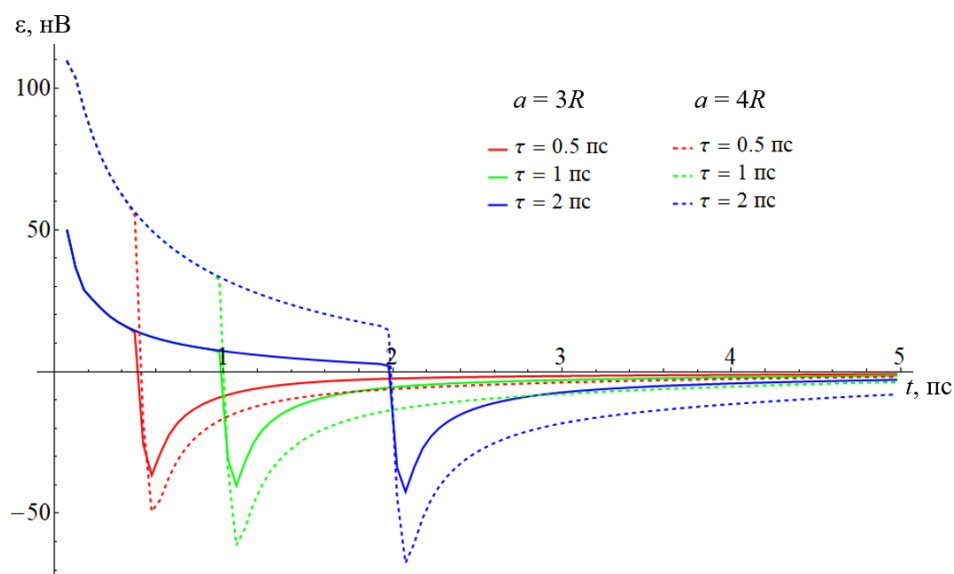


Рисунок 8 – Отклик системы на импульс внешнего магнитного поля

будут отвечать противоположные значения ЭДС, а в случае состояния с $k = 0$ отклик системы будет практически отсутствовать.

В пятой главе рассматриваются ферромагнитные пленки с сильной анизотропией типа «легкая плоскость» и НМЭВ, однако в отсутствие перфораций. При этом в качестве источника внешнего электрического поля E рассматривается заряженный проводник, расположенный параллельно поверхности пленки на некотором удалении от нее. Показано, что в полях E достаточно большой напряженности однородное распределение намагниченности в пленке перестает отвечать устойчивому состоянию. При этом структура устойчивой уединенной неоднородности (см. рисунок 9) оказывается качественно различной в зависимости от того, является ли знак заряда проводника положительным или отрицательным. Такая невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов проявляется также и в том, что минимальная абсолютная величина $|\lambda|$ плотности заряда λ проводника, необходимая для зарождения неоднородности в пленке, также отличается на порядок в зависимости от знака λ .

Несмотря на то, что слабые электрические поля E сами по себе не могут индуцировать формирование неоднородных структур в пленке, они все же могут вызывать смещение 180-градусных ДГ, уже имеющих в образце.

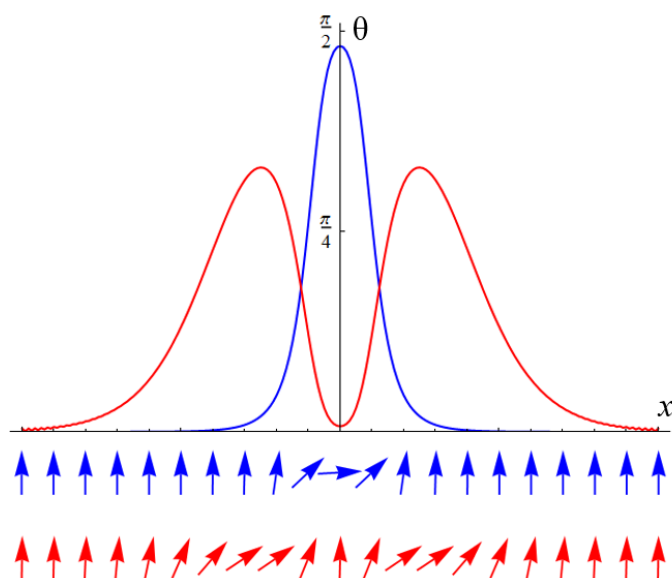


Рисунок 9 – Зависимость угла θ от координаты x при различных знаках заряда проводника (разным знакам отвечают разные цвета). Стрелками проиллюстрированы соответствующие распределения намагниченности

Подобные динамические процессы также выглядят неодинаково в зависимости от знака действующих зарядов: при одном знаке заряда проводника ДГ будут всегда притягиваться к окрестности проводника, в то время как при противоположном знаке – либо притягиваться, либо отталкиваться в зависимости от того, как ДГ была расположена изначально. В последнем случае притяжение будет возникать в том случае, если ДГ оказалась в своеобразной ловушке в окрестности проводника.

Ширина этой ловушки, вообще говоря, зависит от расстояния между проводником и поверхностью пленки, однако заведомо превышает 3 ширины самой ДГ. Как следствие, описанную аномалию взаимодействия ДГ с проводником можно пронаблюдать экспериментально при произвольных геометрических пропорциях системы.

В шестой главе изучается влияние внешнего электрического поля на пленку с единственной перфорацией. Данная упрощенная модель позволяет изучить основные особенности конкуренции между НМЭВ и обменным

взаимодействием. В частности, удастся установить особую роль неоднородных полей, напряженность которых меняется с расстоянием r от центра отверстия по закону $E \sim 1/r$ (такое поле создается пропущенным через отверстие бесконечным проводником, заряженным с линейной плотностью

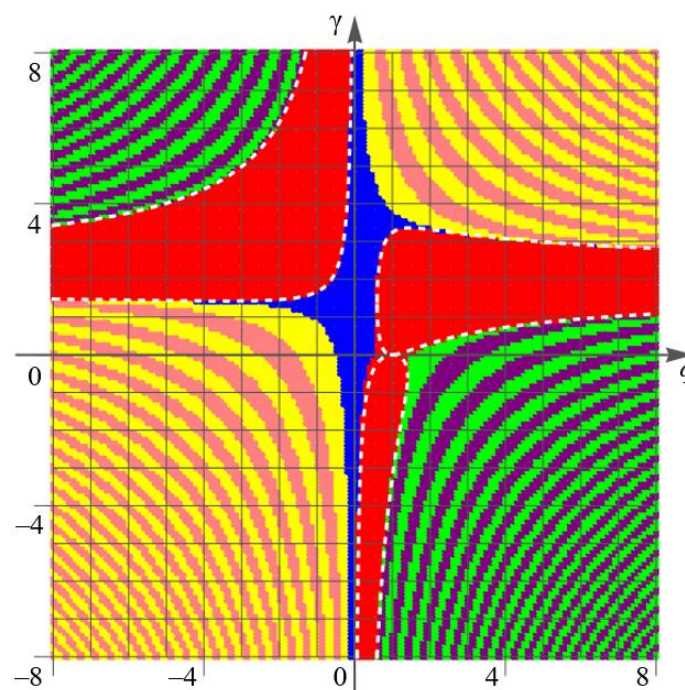


Рисунок 10 – Диаграмма устойчивых состояний магнитной структуры в поле заряженного проводника, пропущенного через отверстие в пленке. Синей области отвечает $k = 0$, красным областям $k = 1$, зеленым и лиловым – четные и нечетные $k > 1$, розовым и желтым – четные и нечетные $k < 0$

заряда λ). В этом случае включением поля можно добиться перехода магнитной структуры в состояние с любым наперед заданным числом k оборотов, совершаемых вектором $\mathbf{m}$ при обходе вокруг границы отверстия. Если НМЭВ в материале изотропно, так что константы НМЭВ b_1 и b_2 равны между собой ($b_1 = b_2 = b$), то значение k представляет собой ближайшее к величине $q = -M_s^2 b \lambda / (2A)$ целое число, то есть k , по сути, пропорционально заряду проводника. Если же $b_1 \neq b_2$, то наблюдаемая картина оказывается несколько более сложной.

На рисунке 10 показана диаграмма, которая отражает значение k , отвечающее устойчивой магнитной структуре при заданных значениях величин q и $\gamma = 1 - b_1/b_2$. Несложно видеть, что и в этом случае выбором подходящей величины λ (а вместе с тем и q) возможно достичь произвольных значений k , хотя сама зависимость k от λ оказывается весьма нетривиальной. Исключение составляет случай $\gamma = 2$ ($b_1 = -b_2$), когда

единственными достижимыми значениями k являются 0 и 1. Важно отметить, однако, что при этом состояниям с $k = 1$, наблюдаемым при противоположных значениях q , на самом деле будут отвечать различные распределения намагниченности, поскольку при $q > 0$ тип структуры будет блоховским, а при $q < 0$ – неелевским.

Хотя диаграмма на рисунке 10 рассчитана путем численной оптимизации энергии системы относительно параметра k , для границы красной области ($k = 1$; граница показана белой штриховой линией на рисунке) может быть получено следующее приближенное выражение:

$$(2 + (\gamma - 2)q)^2 < \frac{32}{\pi^2} |\gamma q|. \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что переход между состояниями с $k = 0$ и $k = 1$ вдоль линии $\gamma = 2$ происходит при $|q| = \pi^2/16 \approx 0.62$. Значение этой величины, полученное без использования формулы (9), равно 0.58, что свидетельствует о довольно высокой точности рассмотренного приближения.

Однородное поле E , направленное по нормали к поверхности пленки, также может влиять на структуру магнитной неоднородности в окрестности отверстия, хотя этого влияния, как правило, недостаточно для изменения топологии структуры. Соответствующие трансформации всегда сопровождаются отклонением вектора намагниченности от плоскости пленки, которое, однако, не меняет симметрии распределения в целом.

В седьмой главе рассматриваются пленки с сильной легкоплоскостной анизотропией и изотропным НМЭВ ($b_1 = b_2 = b$). Доказано, что в отсутствие выхода вектора намагниченности из плоскости пленки влияние НМЭВ сводится к появлению «сил» исключительно на границах образца (включая границы перфораций), в то время как объемные «силы» полностью исчезают. Это означает, что произвольные девиации распределения намагниченности, обусловленные воздействием внешнего электрического поля, носят характер краевых эффектов. Данный вывод имеет место в том числе и в отношении

структур, формирующихся под действием сильного однородного поля E , направленного в плоскости пленки. Несмотря на то, что их образование с точки зрения простейших моделей возможно и в неограниченных пленках, а сами структуры представляют собой, казалось бы, бесконечно протяженные неоднородности, модулированные в пространстве с периодом $D = 4\pi A/(M_s^2 b E)$, в действительности такая картина возникает вследствие того, что само понятие однородного поля является приближенным. В общем случае распределение намагниченности может быть найдено из следующего соотношения:

$$\theta = \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x_1, y=0) \frac{x-x_1}{y^2+(x-x_1)^2} dx_1, \quad (10)$$

в которое входят значения потенциала электрического поля φ исключительно на границе образца, вдоль которой ведется интегрирование. При этом в малой окрестности произвольной точки этой границы соотношение (10) и впрямь описывает модуляцию вектора намагниченности как квазипериодическую с периодом D .

Отмеченное выше отсутствие объемных «сил», обусловленных НМЭВ, приводит к тому, что в случае перфорированной неограниченной пленки вклад НМЭВ в полную энергию системы оказывается полностью связан с отдельными перфорациями. Если размер каждой из перфораций достаточно мал, чтобы изменением потенциала φ в их области можно было пренебречь, то указанный вклад представляется в следующем виде:

$$W_E = 2\pi M_s^2 b h \sum_i k_i \varphi_i, \quad (11)$$

где φ_i – средний потенциал в области i -того отверстия. Из формулы (11) несложно видеть, что отдельные перфорации взаимодействуют с внешним электрическим полем, по сути, как точечные электрические заряды, величина которых пропорциональна k_i (а следовательно, заряд квантован). Данное обстоятельство влечет за собой множество следствий.

Во-первых, оптимизируя энергию системы как сумму вклада (4) обменного взаимодействия и вклада (11) НМЭВ, можно определить конфигурацию электрического поля, требуемую для стабилизации магнитной структуры, обладающей любой наперед заданной топологией, то есть набором величин k_i , удовлетворяющих общему условию (3). А именно:

$$\varphi_i = \psi_0 \sum_j C_{ij} k_j + \psi_s, \quad (12)$$

где $\psi_0 = 2A/(M_s^2 b)$, ψ_s – произвольная постоянная величина, а

$$C_{ij} = \begin{cases} \ln r_{ij}/\sqrt{R_i R_j}, & i \neq j, \\ 0, & i = j. \end{cases}$$

Формула (12) показывает, что воздействие электрическим полем на перфорированную магнитную пленку обеспечивает максимально гибкую возможность управления топологией вихреподобных объектов. В частности, для пленки с двумя одинаковыми перфорациями ($R_1 = R_2 = R$, $r_{12} = a$) из (12) заключаем, что условие стабилизации неоднородной структуры имеет вид:

$$|E| > \frac{\psi_0}{a} \ln(a/R). \quad (13)$$

Отметим, что, согласно условию (13), с увеличением расстояния a между перфорациями для создания магнитной неоднородности будут требоваться поля все меньшей величины.

Во-вторых, применяя соотношение (11) не к перфорациям, а к изолированным вихрям, заметим, что вихри также взаимодействуют с внешним электрическим полем как точечные заряды, помещенные в их центре. Эта аналогия приводит к идее о флуктуационном механизме зарождения пар, состоящих из вихря и антивихря. Действительно, в случае спонтанного возникновения такой пары с расстоянием между центрами $a > 2A/(M_s^2 b E)$ электрическое поле будет стремиться усилить данную флуктуацию, превращая ее в долгоживущую систему вихреподобных

объектов. Ясно, что при больших температурах для генерации пары вихрь-антивихрь будут требоваться все меньшие поля E .

В-третьих, из формулы (11) ясно, что формирование вихреподобных структур (будь то неоднородности, локализованные в окрестности перфораций, или изолированные вихри) связано с фактическим появлением нескомпенсированных электрических зарядов в образце. Эти заряды, в свою очередь, должны индуцировать появление электрических полей в области магнитных неоднородностей, что представляет собой эффект, обратный по отношению к НМЭВ: как внешнее электрическое поле может обуславливать трансформацию магнитной структуры, так и формирование неоднородной магнитной структуры может обуславливать появление электрического поля. Поскольку величины нескомпенсированных электрических зарядов определяются только топологическими инвариантами k_i , но не конкретными особенностями распределения намагниченности, то индуцируемое электрическое поле также будет являться своеобразным топологическим инвариантом, на основании прямого измерения которого можно судить о топологии сформировавшейся в образце вихреподобной структуры. Данный подход можно использовать для надежного считывания данных из развиваемых троичных ячеек памяти, поскольку он оказывается практически нечувствительным к флуктуациям распределения намагниченности.

В заключении перечислены основные результаты диссертационной работы:

- В перфорированных ферромагнитных пленках с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость» могут формироваться вихреподобные неоднородности, локализованные в области двух и более близкорасположенных перфораций. При этом наиболее долгоживущими являются три неэквивалентных состояния магнитной структуры, что может быть использовано для записи данных в системе счисления с основанием 3. Использование сквозных перфораций

пленки не является обязательным: они могут быть заменены дефектами, в области которых наблюдается пониженная анизотропия. Минимальная величина константы легкоплоскостной анизотропии, необходимой для формирования топологически защищенных структур, имеет порядок $K_{\min} \sim A/R^2$.

- Влияние размагничивающих полей не является определяющим фактором для формирования вихреподобных неоднородностей изучаемого типа. Как правило, оно приводит к определенным трансформациям распределения намагниченности (как в плоскости пленки, так и в нормальном к ней направлении), однако не обуславливает разрушения соответствующих структур. Более того, эффект анизотропии формы, который обуславливается влиянием размагничивающих полей, повышает устойчивость топологически защищенных структур, снижая требования к минимально допустимой величине константы кристаллической анизотропии $K_{\min}$ вплоть до того, что рассматриваемые структуры могут оказаться устойчивыми даже в пленках пермаллоя.
- Под влиянием внешнего магнитного поля рассматриваемые вихреподобные структуры могут как полностью разрушаться, так и трансформироваться без изменения топологии. Реализация того или иного сценария зависит от того, превышает ли напряженность поля определенное критическое значение, характерная величина которого 0.01 Тл. Магнитное поле проводника с током, пропущенного через одну из перфораций, может использоваться для управления топологией вихреподобной структуры, причем механизм изменения топологии заключается в распространении своеобразных квазичастиц от одного отверстия к другому.
- Сценарии формирования и поведения магнитных структур в легкоплоскостной пленке под влиянием НМЭВ могут качественно отличаться в зависимости от знака воздействующих на пленку зарядов.

В частности, оказывается различной как форма структур, зарождающихся под воздействием внешнего поля, так и минимальные величины полей, требуемых для их зарождения. Динамические свойства неоднородных структур также могут оказаться неодинаковыми под влиянием положительных и отрицательных зарядов: если в одном случае неоднородности будут исключительно притягиваться к источнику поля, то во втором они могут как притягиваться, так и отталкиваться в зависимости от начального местоположения неоднородности.

- Электрическое поле заряженного проводника, попущенного через единственную перфорацию магнитной пленки с НМЭВ, позволяет стабилизировать в ней неоднородность с любой наперед заданной топологией, причем число полных оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе вдоль границы перфорации, оказывается примерно пропорциональным заряду проводника.
- В легкоплоскостных пленках с изотропным НМЭВ влияние электрического поля приводит к появлению «сил» исключительно на краях образца, в то время как объемные «силы» полностью отсутствуют. Это приводит, в частности, к тому, что с точки зрения взаимодействия с электрическим полем вихреподобные неоднородности ведут себя как точечные электрические заряды, помещенные в их центрах. Данное обстоятельство обеспечивает максимально гибкие возможности для управления топологией магнитной структуры в образце. В частности, для произвольной наперед заданной топологии можно указать конфигурацию внешнего электрического поля, в котором стабилизируется вихреподобная структура именно с такой топологией.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- A1. Магадеев, Е.Б. Топология уединенных магнитных неоднородностей в тонкой ферромагнитной пленке / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ТМФ. – 2012. – Т.171, №3. – С.511–518.
- A2. Магадеев, Е.Б. Стационарные состояния неодносвязного ферромагнитного образца / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Известия РАН, серия физическая. – 2013. – Т.77, №10. – С.1493-1495.
- A3. Магадеев, Е.Б. Влияние шероховатостей подложки на доменную структуру пермаллоя / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Л.С. Успенская // Известия РАН, серия физическая. – 2013. – Т.77, №10. – С.1406-1409.
- A4. Вахитов, Р.М. Структура магнитных неоднородностей в области дефекта одноосного кристалла / Р.М. Вахитов, Е.Б. Магадеев // ФММ. – 2014. – Т.115, №9. – С.906-912.
- A5. Вахитов, Р.М. Устойчивые состояния магнитных неоднородностей, локализованных в области дефектов / Р.М. Вахитов, Е.Б. Магадеев, А.Р. Юмагузин, Р.В. Солонецкий // ФТТ. – 2015. – Т.57, №8. – С.1462-1466.
- A6. Магадеев, Е.Б. Зарождение магнитных неоднородностей на уединенных дефектах ферромагнетика / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ТМФ. – 2015. – Т.184, №1. – С.134–144.
- A7. Магадеев, Е.Б. Структура магнитных неоднородностей в пленках с топологическими особенностями / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2022. – Т.115, №2. – С.123-128.
- A8. Magadeev, E. Mechanism of Topology Change of Flat Magnetic Structures / E. Magadeev, R. Vakhitov, I. Sharafullin // Entropy. – 2022. – 24, 1104.
- A9. Магадеев, Е.Б. Теория вихреподобных структур в перфорированных магнитных пленках с учетом размагничивающих полей / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Р.Р. Канбеков // ЖЭТФ. – 2022. – Т.162, №3(9). – С.417-425.

- A10. Magadeev, E.B. Stability of nontrivial magnetic structures in ferromagnetic films with antidots / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2023. – 35, 015802.
- A11. Магадеев, Е.Б. Особенности формирования плоских неоднородных структур в наноразмерных магнитных пленках / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Р.Р. Канбеков // ЖЭТФ. – 2023. – Т. 163, №1. – С.78-86.
- A12. Magadeev, E.B. Two methods of forming flat magnetic structures in magnetic films with topological features / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2023. – 35(21), 215801.
- A13. Magadeev, E.B. Vortex-like nano-objects in perforated permalloy films / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Europhysics Letters. – 2023. – 142(2), 26001.
- A14. Магадеев, Е.Б. Невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2023. – Т. 118, №6. – С.449-454.
- A15. Magadeev, E.B. Effect of inhomogeneous magnetoelectric interaction on flat magnetic structures / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2023. – 587, 171230.
- A16. Магадеев, Е.Б. Влияние однородного электрического поля на вихреподобные магнитные структуры в перфорированных пленках / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ЖЭТФ. 2024. – Т. 165, №5. – С. 673.
- A17. Magadeev, E.B. Impact of an external magnetic field on vortex-like magnetic structures in perforated films / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Physica B: Condensed Matter. – 2024. – 690, 416136.
- A18. Magadeev, E.B. Features of magnetic structures in perforated films due to the finite thickness of the sample / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2024. – 36(42), 425802.
- A19. Magadeev, E.B. Effect of electric field on vortex-like structures in a planar magnet / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Physica Scripta. – 2025. – 100(1), 015535.

- A20. Магадеев, Е.Б. Управление топологией магнитных структур в перфорированной пленке посредством электрического поля / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2025. – 121 (2), 98-103.
- A21. Магадеев, Е.Б. Движение доменных границ в планарных магнетиках под действием электрического поля / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ЖЭТФ. – 2025. – Т. 167, №2. – С. 249.
- A22. Magadeev, E.B. Edge effects in a planar magnet caused by the impact of an electric field / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2025. – 37, 145803.
- A23. Magadeev, E.B. Topologically protected magnetic structures in perforated multilayer films / E.B. Magadeev, R.R. Nugumanov, I.F. Sharafullin // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2025. – 37, 175801.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Moore, G.E. Gramming more components onto integrated circuits / G.E. Moore // Electronics. – 1965. – V.35. – P.114.
2. Вернер, В.Д. Закону Мура 50 лет: завершение или изменение? / В.Д. Вернер, Е.В. Кузнецов, А.Н. Сауров // Наноиндустрия. – 2015. – Т.6(60). – С.50-63.
3. Вандер, П.Дж. Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение. СПб.: Питер. 2018. – 576 с.
4. Башир, И. Блокчейн: архитектура, криптовалюты, инструменты разработки, смартконтракты. М.: ДМК Пресс. 2019. – 538 с.
5. Forrester, J.W. Digital information storage in three dimensions using magnetic cores / J.W. Forrester // J. Appl. Phys. – 1951. – V.22. – P.44.
6. Mathias, J.S. Plated-wire technology: a critical review / J.S. Mathias, G.A. Fedde // IEEE Trans. Magnetics. – 1969. – V.5. – P.728.
7. О’Делл, Т. Ферромагнитодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. М.: Мир, 1983. – 256 с.
8. Bobeck, A.H. Properties and device applications of magnetic domains in orthoferrites / A.H. Bobeck // Bell Syst. Tech. Journ. – 1967. – V.46. – P.1901.
9. Sherwood, R.C. Domain behavior in some transparent magnetic oxides / R.C. Sherwood, J.P. Remeika, H.J. Williams // J. Appl. Phys. – 1959. – V.30. – P.217.
10. Kaczer, J. The thickness dependence of the domain structure of magnetoplumbite / J. Kaczer, B. Gemperle // Czechoslov. J. Phys. – 1960. – V.10. – P.505-510.
11. Fert, A. Megnetic skyrmions: advances in physics and potential applications / A. Fert, N. Reyren, V. Cros // Nat. Rev. Mater. – 2017. – V.2. – P.17031.
12. Косевич, А.М. Нелинейная динамика намагниченности в ферромагнетиках. Динамические и топологические солитоны (обзор) / А.М. Косевич // ФММ. – 1982. – Т.53. – С.420-446.

13. Everschor-Sitte, K. Magnetic skyrmions – Overview of recent progress in an active research field // K. Everschor-Sitte, J. Masell, R.M. Reeve, M. Klaui // *J. Appl. Phys.* – 2018. – V.124. – P.1-17.
14. Самардак, А.С. Топологически нетривиальные спиновые структуры в тонких магнитных пленках / А.С. Самардак, А.Г. Колесников, А.В. Давыденко, М.Е. Стеблій, А.В. Огнев // *ФММ.* – 2022. – Т. 123. – С.260-283.
15. Schulz, T. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet / T. Schulz, R. Ritz, A. Bauer, M. Halder, M. Wagner, C. Franz, C. Pfleiderer, K. Everschor, M. Garst, A. Rosch // *Nature Physics.* – 2012. – V.3. – P.6.
16. Muhlbauer, S. Skyrmion lattice in chiral magnet / S. Muhlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauner, R. Georgii, P. Boni // *Science.* – 2009. – V.323. – P.915-919.
17. Bogdanov, A.N. Thermodynamically stable magnetic vortex in magnetic crystals / A.N. Bogdanov, A. Hubert // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1994. – V.138. – P.255-269.
18. Luo, S. Skyrmion devices for memory and logic applications / S. Luo, Y. Long // *APL Mater.* – 2021. – V.9. – 050901.
19. Moreau-Luchaire, C. Additive interfacial chiral interaction in multilayers for stabilization of small individual skyrmions at room temperature / C. Moreau-Luchaire, C. Mouta, N. Reyren, J. Sampaio, C.A. Vaz, N. Van Horne, K. Bouzehouane, K. Garcia, C. Deranlot, P. Warnicke, P. Wohlhuter, J.-M. George, M. Weigand, J. Raabe, V. Cros, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2016. – V.11. – P.444-448.
20. Ho, P. Geometrically tailored skyrmions at zero magnetic field in multilayered nanostructures / P. Ho, A.K.C. Tan, S. Goolaup, A.L. Gonzalez-Oyarce, R. Masapogu, L.S. Huang, A. Soumyanarayanan, C. Panagopoulos // *Phys. Rev. Appl.* – 2019. – V.11. – 024064.
21. El Hog, S. Frustrated antiferromagnetic triangular lattice with Dzyaloshinskii–Moriya interaction: Ground states, spin waves, skyrmion

- crystal, phase transition / S. El Hog, I.F. Sharafullin, H.T. Diep, H. Garbouj, M. Debbichi, M. Said // J. Magn. Magn. Mater. – 2022. – V.563. – 169920.
22. Hubert, A., Shafer, R. Magnetic domains. Verlin: Springer-Verlag. 2007. – 696 p.
23. Плавский, В.В. Структура и ориентация доменных границ в (111)-пластинах кубических ферромагнетиков / В.В. Плавский, М.А. Шамсутдинов, Б.Н. Филиппов // ФММ. – 1999. – Т.88. – С.22.
24. Зайкова, В.А., Старцева, И.Е., Филиппов, Б.Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. М.: Наука, 1992. – 272 с.
25. Филиппов, Б.Н. Микромагнитные структуры и их нелинейные свойства. Екатеринбург: УрО РАН. 2020. – 380 с.
26. Papavasileiou, A.V. Ferromagnetic elements in two-dimensional materials: 2D magnets and beyond / A.V. Papavasileiou, M. Menelaou, K.J. Sarkar, Z. Sofer, L. Polavarapu, S. Mourdikoudis // Adv. Func. Mater. – 2024. – V.34. – 2309046.
27. Cowburn, R.P. Magnetic domain formation in lithographically defined antidot permalloy arrays / R.P. Cowburn, A.O. Adeyeye, J.A. Bland // Appl. Phys. Lett. – 1997. – V.70. – P.2309.
28. Ryan, S.D. Rayleigh approximation to ground state of the Bose and Coulomb glasses / S.D. Ryan, V. Mityushev, V.M. Vinokur, L. Berlyand // Sci. Rep. – 2015. – V.5. – P.7821.
29. Вахитов, Р.М. Вихреподобные образования на дефектах магнитоодноосных пленок / Р.М. Вахитов, А.А. Ахметова, Р.В. Солонецкий // ФТТ. – 2019. – Т.61(3). – С.453-459.
30. Hurst, S.L. Multiple-valued logic – its status and its future / S.L. Hurst // IEEE Trans. on Computers. – 1984. – V.C-33. – P.1160-1179.
31. Васильев, В.И. Тринарный процессор как уникальная технология будущего / В.И. Васильев // Вестник современных цифровых технологий. – 2025. – Т.22. – С.4-11.

32. Брусенцов, Н.П, Маслов, С.П., Розин, В.П., Тишулина, А.М. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М.: Изд-во МГУ. 1965. – 145 с.
33. Spaldin, N.A. Multiferroics beyond electric-field control of magnetism / N.A. Spaldin // *Proc. R. Soc. A.* – 2016. – V.476. – 20190542.
34. Пятаков, А.П. Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики / А.П. Пятаков, А.К. Звездин // *УФН.* – 2012. – Т.182. – С.593-620.
35. Батуров, Л.Н. Нелинейные магнитоэлектрические и диэлектрические свойства Ni-I борацита / Л.Н. Батуров, Б.И. Альшин, Ю.Н. Ярмухамедов // *ФТТ.* – 1978. – V.20. – Р.1300.
36. Аплеснин, С.С. Магнитоэлектрический эффект в пленках $\text{Ce}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ / С.С. Аплеснин, А.Н. Масюгин, М.Н. Ситников, В.А. Кецко, М.Н. Смирнов, К.И. Янушкевич // *Письма в ЖЭТФ.* – 2020. – Т.112. – С.680.
37. Goto, T. Ferroelectricity and giant magnetocapacitance in perovskite rare-earth manganites / T. Goto, T. Kimura, G. Lawes, A.P. Ramirez, Y. Tokura // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V.92. – 257201.
38. Кричевцов, Б.Б. Линейное и квадратичное по электрическому полю невзаимное вращение плоскости поляризации света в антиферромагнетике Cr_2O_3 / Б.Б. Кричевцов, В.В. Павлов, Р.В. Писарев // *Письма в ЖЭТФ.* – 1986. – Т.44. – С.471.
39. Saito, M. Periodic rotation of magnetization in a non-centrosymmetric soft magnet induced by an electric field / M. Saito, K. Ishikawa, S. Konno, K. Taniguchi, T. Arima // *Nat. Mater.* – 2009. – V.8. – P.634.
40. Логгинов, А.С. Магнитоэлектрическое управление доменными границами в пленке феррита-граната / А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.В. Николаев, А.П. Пятаков // *Письма в ЖЭТФ.* – 2007. – Т.86. – С.124-127.
41. Meshkov, G.A. Writing vortex memory bits using electric field / G.A. Meshkov, A.P. Pyatakov, A.D. Belanovsky, K.A. Zvezdin, A.S. Logginov // *J. Magn. Soc. Jpn.* – 2012. – V.36. – P.45-48.

42. Куликова, Д.П. Зарождение цилиндрических магнитных доменов в пленках ферритов гранатов с помощью электрического зонда / Д.П. Куликова, А.П. Пятаков, Е.П. Николаева, А.С. Сергеев, Т.Б. Косых, З.А. Пятакова, А.В. Николаев, А.К. Звездин // Письма в ЖЭТФ. – 2016. – Т.104. – С.196-200.
43. Барьяхтар, В.Г. Теория неоднородного магнитоэлектрического эффекта / В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский // Письма в ЖЭТФ. – 1983. – Т.37(12). – С.565.
44. Каминский, А.С. К механизму магнитоэлектрических явлений в пленках ферритов-гранатов / А.С. Каминский, Н.В. Мясников, А.П. Пятаков // ФММ. – 2023. – Т.124(2). – С.190-195.
45. Рандошкин, В.В., Червоненкис, А.Я. Прикладная магнитооптика. М.: Энергоатомиздат. 1990. – 320 с.
46. Donahue, M.J., Porter, D.G. OOMMF User's Guide, version 2.0a3. National Institute of Standard and Technolog: Gaithersburg, MD, USA. 2021.
47. Beg, M. Ubermag: Toward More Effective Micromagnetic Workflows / M. Beg, M. Lang, H. Fangohr // IEEE Transactions on Magnetics. – 2022. – V.58(2). – P.1-5.