

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Наумова Евгения Константиновича «Делокализованные нелинейные колебательные моды и дискретные бризеры в квадратных решетках», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.8. Физика конденсированного состояния.

Диссертационная работа Наумова Евгения Константиновича посвящена изучению дискретных бризеров (ДБ) в нелинейных решетках, что является **актуальной задачей** физики конденсированного состояния, поскольку ДБ вносят вклад в формирование структуры и свойств кристаллов, особенно вдали от термодинамического равновесия, например, в ходе пластической деформации, облучения и т.п. На практике вклад ДБ в колебательный спектр кристаллов регистрируют с помощью метода рассеяния нейтронов или рентгеновских лучей. Экспериментальные методы исследования являются дорогостоящими, требуют кристаллов высокой чистоты, и интерпретация таких данных не всегда однозначна. Поэтому подавляющее большинство работ по изучению ДБ проводятся теоретически либо с помощью атомистического моделирования, и работа Е.К. Наумова не является исключением. Им рассмотрена квадратная решетка с дальнедействующим потенциалом  $\beta$ -Ферми-Паста-Улама-Цингу ( $\beta$ -ФПУЦ), что аргументируется необходимостью учета дальнедействующих химических связей в кристаллах с делокализованной металлической связью или в ионных кристаллах с дальнедействующим кулоновским взаимодействием. Согласно современному подходу, изучение ДБ отталкивается от анализа спектра малоамплитудных фононных колебаний и амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) делокализованных нелинейных колебательных мод (ДНКМ). Кроме того, ДБ возбуждаются в квадратной решетке путем внешнего периодического воздействия на частотах выше фононного спектра, либо в спектре близко к его верхнему краю (явление супратрансмиссии).

Диссертация Е.К. Наумова включает введение, четыре главы, заключение, список литературы из 167 наименований, она хорошо иллюстрирована (23 рисунка).

**Во введении** обоснована актуальность работы, сформированы цель и задачи исследования, показана научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Приведены сведения об апробации работы на конференциях и о публикациях по теме исследования.

**В первой главе** приведен обзор литературы по изучаемым вопросам, описаны достижения и нерешенные задачи в данной области. Обсуждается роль ДБ в физике кристаллов, необходимые условия их существования, возможные типы ДБ. Описаны основные нелинейные эффекты – возможность пространственной локализации энергии, а также явление супратрансмиссии, которое изучается далее. Приведены однокомпонентные

ДНКМ квадратной решетки, полученные Чечиным и Рябовым, которые были взяты за основу при проведении настоящего исследования. Дана математическая формулировка, использованная при анализе квадратной решетки (гамильтониан и соответствующие уравнения движения), а также ее физическое толкование. Обосновывается выбор параметров модели в привязке к физике кристаллов (дальнодействие, убывание жесткости связей с расстоянием, тип нелинейности).

**Во второй главе** представлен расчёт дисперсионного соотношения фононных волн, а также АЧХ нелинейных однокомпонентных ДНКМ в квадратной решетке с потенциалом  $\beta$ -ФПУЦ с учетом взаимодействий до четырех ближайших соседей. Представлены аналитические выражения для частот фононов в высокосимметричных точках на границе первой зоны Бриллюэна, на основании чего для всех ДНКМ установлены их волновые вектора. Получены условия, накладываемые на коэффициенты жесткости связей, при которых те или иные ДНКМ могут иметь частоту выше фононного спектра. Проведено сравнение АЧХ ДНКМ, рассчитанных аналитически с учетом кубической нелинейности, с «точными», найденными численно. На основе данного сравнения установлен предел применимости кубического приближения.

**В третьей главе** изучается супратрансмиссия в квадратной решетке  $\beta$ -ФПУЦ на примере передачи энергии решетке от пары колеблющихся частиц и от ряда колеблющихся частиц. Для пары колеблющихся частиц найдена критическая частота возбуждения в зависимости от амплитуды вынужденных колебаний атомов, выше которой энергия перестает поступать в решетку. Выявлено, что близкое к периодическому испускание ДБ возможно только на частотах близких к критическим, а при меньших частотах ДБ генерируются хаотически. При передаче энергии квадратной решетке от ряда колеблющихся частиц впервые установлено, что ДБ могут испускаться при внешнем воздействии на частоте внутри фононного спектра близко к его верхней границе. Это происходит потому, что неустойчивая фононная волна, испускаемая колеблющимся рядом частиц, распадается на волновые пакеты, амплитуда которых растет в процессе локализации, а, следовательно, растет и частота, выходя за край фононного спектра. Как только частота волнового пакета оказывается выше спектра, он меняет свое качество, трансформируясь в ДБ.

**В четвертой главе** представлены дискретные бризеры в квадратной решетке с дальнодействующими взаимодействиями, полученные при помощи наложение функции локализации на ДНКМ с частотами выше фононного спектра. Результатом проведенных исследований является получение стационарных и движущихся ДБ для квадратной решетки. Доказано, что некоторые из найденных ДБ не могут существовать в квадратной решетке с короткодействующими связями. Этот результат говорит о возможности существования специфических ДБ в металлах и

ионных кристаллах, где межатомные взаимодействия являются дальнедействующими.

**В заключении** диссертационной работы сформулированы основные результаты и выводы, полученные в ходе выполнения исследований.

В рамках диссертационной работы получен ряд **новых результатов** касательно ДНКМ и ДБ в квадратных решетках с дальнедействием. Среди них выделим следующие:

- найдены АЧХ ДНКМ и фононный спектр для квадратной решетки с дальнедействием; после расчета дисперсионных соотношений выявлено на базе каких ДНКМ можно получить ДБ;

- при помощи смещения центра функции локализации из высокосимметричного решеточного положения получены движущиеся ДБ, способные передавать энергию в плотноупакованном направлении;

- доказано, что дальнедействующий потенциал обеспечивает существование новых ДБ в квадратной решетке, что важно при рассмотрении кристаллов с ионной или металлической связью;

- ДБ могут генерироваться при внешнем воздействии на решетку на частотах в фононном спектре, у его верхнего края.

**Достоверность результатов** гарантирована использованием известных аналитических подходов, апробированных численных методов, сравнением аналитических и численных результатов, физической непротиворечивостью сделанных выводов.

**Теоретическая и практическая значимость** заключается в доказательстве того факта, что учет дальнедействия расширяет спектр возможных ДБ, поддерживаемых квадратной решеткой. Эти результаты ставят задачу поиска новых типов ДБ в ионных кристаллах и металлах, где взаимодействие между атомами простирается на значительные расстояния. Основные положения диссертации хорошо обоснованы, представлены убедительные доказательства новизны и значимости сделанных выводов.

По материалам диссертационной работы опубликовано 6 статей в журналах, из них 5 в изданиях, входящих в базы данных Web of Science и Scopus (три статьи в журналах квартиля Q1), а также тезисы 5 докладов на Международных и Всероссийских конференциях.

По работе Е.К. Наумова имеются **вопросы и замечания:**

1. На рисунке 4.7 представлен движущийся ДБ, где на фоне поступательного движения ДБ отчетливо видны высокочастотные колебания. Какова природа этих колебаний?
2. В аналитических выражениях АЧХ ДНКМ, представленных во второй главе, есть члены, зависящие от параметра решетки  $h$ . Физическая природа этих членов не обсуждается. Каков вклад геометрической нелинейности в динамику ДНКМ и ДБ в квадратной решетке?
3. Отсутствует количественная оценка влияния эффекта дальнедействия на свойства ДНКМ и ДБ.
4. В главе по супратрансмиссии дальнедействие не учитывалось, почему?

Сделанные замечания, однако, нисколько не снижают общего высокого уровня диссертационной работы Е.К. Наумова. Работа аккуратно оформлена, текст диссертации достаточно полно проиллюстрирован рисунками и графиками. Основные результаты и выводы диссертационной работы отражены в автореферате.

Работа **соответствует паспорту специальности 1.3.8. Физика конденсированного состояния (физико-математические науки).**

В целом следует отметить, что диссертация Е.К. Наумова представляет собой законченное исследование, выполненное на высоком уровне. Полученные результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы.

Считаю, что диссертационная работа «Делокализованные нелинейные колебательные моды и дискретные бризеры в квадратных решетках» соответствует критериям пп. 9-14 Положения о присуждении ученых степеней (Постановление Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842), а ее автор, Наумов Евгений Константинович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.8. Физика конденсированного состояния.

Официальный оппонент:  
профессор кафедры «Высшая математика-1» Национального исследовательского университета «МИЭТ», профессор,  
доктор физико-математических наук по специальности  
01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Алфимов Георгий Леонидович

« 1 » сентября 2025 г.

Адрес места работы: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1. Телефон: +7 (499) 731-44-41 <https://miet.ru>, e-mail: [netadm@miee.ru](mailto:netadm@miee.ru)  
E-mail оппонента: gal

Ученый секретарь ИИ



Козлов Антон Викторович